Conservez seulement de quoi écrire et une calculatrice : pas de téléphone en particulier !
Si vous ne comprenez pas une notation, une question, ou si vous pensez avoir découvert une erreur d'énoncé, signalez-le immédiatement.

Problème 1 : Seveneves

Dans son roman « Seveneves » [1], Neal Stephenson considère les conséquences d'une explosion inexpliquée de la Lune. On étudie dans ce problème quelques uns des phénomènes qui y sont décrits.
L'étude sera conduite dans le rérérentiel géocentrique, considéré galiléen pour la durée des phénomènes étudiés. On note respectivement m_T et m_L les masses de la Terre et de la Lune, modélisées comme des objets à symétrie sphérique, de rayons respectifs notés R_T et R_L.
Conventions : Dans tout le problème le symbole r décrit une distance orbitale (rayon d'une orbite circulaire, périastre…) et R une distance physique (rayon d'un astre).
Données : masse de la Terre $m_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$, masse de la Lune $7{,}3 \cdot 10^{22}\,\text{kg} \simeq m_T/81$. Rayon physique de la terre $R_T = 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$, rayon physique de la Lune $R_L = 1{,}74 \cdot 10^3\,\text{km} \simeq R_T/3{,}7$, rayon de l'orbite lunaire $r_L = 3{,}85 \cdot 10^5\,\text{km} \simeq 60 R_T$. Constante universelle de la gravitation $\mathscr{G} = 6{,}672\,34(14) \cdot 10^{-11}$ SI.

I Généralités et paramètres orbitaux

On établit dans cette partie plusieurs résultats utiles dans le reste du problème. On considère un objet à symétrie sphérique de masse m et de position M, soumis à l'attraction gravitationnelle de la Terre de masse m_T, centrée en O.
On s'efforcera de rédiger rigoureusement mais de manière succincte les résultats classiques qui suivent.

I.1. (**a**) Montrer que le moment cinétique de M par rapport à O, noté $\overrightarrow{\sigma_{/O}}(M)$ est conservé.

(**b**) En déduire que le mouvement de M autour de O est plan. On note par la suite σ la norme de $\overrightarrow{\sigma_{/O}}(M)$.

I.2. On considère que M parcourt une orbite circulaire de rayon r autour de O.

(**a**) Montrer que le mouvement est uniforme et établir l'expression de sa vitesse en fonction de $\mathscr{G}, m_T$ et r.

(**b**) En déduire les expressions de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique en fonction uniquement de $m, m_T, \mathscr{G}$ et r.

(**c**) En déduire l'expression du moment cinétique σ en fonction de $m, m_T, \mathscr{G}$ et r.

(**d**) Calculer le rayon et la vitesse pour une orbite géostationnaire, de période $T = 24\,\text{h}$.

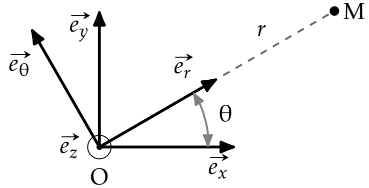
(**e**) Calculer la période T_{ISS} et la vitesse v_{ISS} pour l'orbite de la station spatiale internationale (abréviée ISS, d'altitude $h_{ISS} = 3{,}8 \cdot 10^2\,\text{km}$).

(**f**) Calculer la vitesse v_L et la période T_L pour l'orbite de la Lune de rayon r_L.

I.3. On ne se limite plus désormais aux orbites circulaires. On se place en coordonnées polaires (r, θ) de centre O.

(**a**) Montrer qu'on peut définir une énergie potentielle effective, notée $\mathscr{E}_{\text{eff}}(r)$, qu'on exprimera en fonction de σ, m, m_T, r et $\mathscr{G}$, telle que l'énergie mécanique $\mathscr{E}_{\text{m}}$ vérifie à chaque instant :

$$\mathscr{E}_{\text{m}} = \mathscr{E}_{\text{eff}}(r) + \frac{1}{2} m \dot{r}^2. \qquad (1)$$



(**b**) Tracer l'allure de $\mathscr{E}_{\text{eff}}(r)$ et en déduire la nature des mouvements suivant les valeurs de $\mathscr{E}_{\text{m}}$.

(**c**) Dans le cas d'un état lié, rappeler la nature géométrique de la trajectoire et montrer que la distance r oscille entre deux valeurs minimale et maximale respectivement notées r_p et r_a. Illustrer sur la courbe précédente de $\mathscr{E}_{\text{eff}}$ comment déterminer les valeurs de r_p et r_a pour une valeur de l'énergie mécanique $\mathscr{E}_{\text{m}}$ donnée.

(**d**) Établir l'expression de l'énergie mécanique dans un état lié en fonction de $\mathscr{G}$, m_T, m, r_p et r_a.

II Ymir

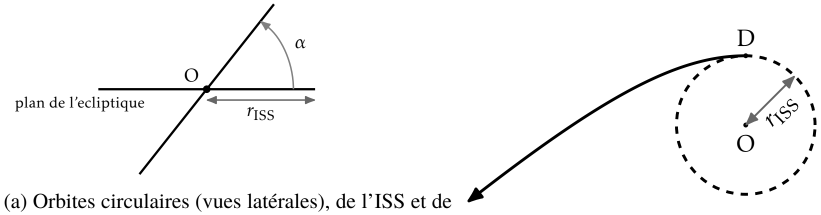
Le roman décrit une mission au cours de laquelle un véhicule, nommé « Ymir[i] », de masse m_Y quitte l'ISS pour aller chercher une comète (26P/Grigg-Skjellerup [ii]) formée principalement de glace d'eau et située à une distance de l'ordre de quelques au de la Terre à ce moment[iii].
L'opération prévue comporte plusieurs étapes (voir la figure 1) qui peuvent être décrites dans le référentiel géocentrique comme :

- passage de l'orbite circulaire de rayon r_{ISS} à une orbite (dite « de transfert ») circulaire de même rayon mais dans un plan incliné d'un angle α pour rejoindre le plan de l'ecliptique (voir la figure 1a),
- passage de l'orbite de transfert à une trajectoire hyperbolique (voir la figure 1a).

Ces modifications d'orbites sont effectuées en changeant instantanément le vecteur vitesse de Ymir. On note $\vec{v}_{ISS}$ le vecteur vitesse juste avant l'opération et $\vec{v}_{ISS} + \overrightarrow{\Delta v}$ le vecteur vitesse juste après l'opération, considérée instantanée.

II.1. Reproduire les schémas de la figure 1 en y faisant figurer à chaque fois les vecteurs $\overrightarrow{v_{ISS}}$ et $\overrightarrow{\Delta v}$, ce dernier étant a priori différent pour chacune des modifications. La modification est effectuée :

[i] divinité nordique née d'un monde glacial.
[ii] https ://fr.wikipedia.org/wiki/26P/Grigg-Skjellerup
[iii] On rappelle qu'une au est pratiquement égale à la distance Terre-Soleil mais cette distance n'intervient pas dans le problème.



(a) Orbites circulaires (vues latérales), de l'ISS et de transfert. Leurs plans forment l'angle $\alpha_{ISS} = 52°$. Le transfert s'effectue dans un de leurs deux points d'intersection, dont la projection est notée M.

(b) Passage de l'orbite de transfert (en pointillés) à la trajectoire.

Fig. 1 : Étapes du transfert de l'orbite circulaire de l'ISS vers la trajectoire hyperbolique rejoignant la comète. La Terre (désignée par O) n'y est évidemment pas représentée à l'échelle.

- au point M pour la modification de la figure 1a,
- au point D pour celle de la figure schéma 1b,

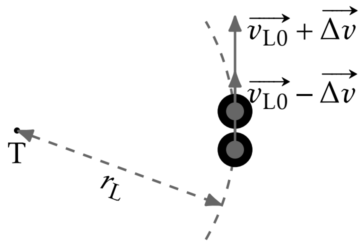
II.2. Le plan de l'orbite de l'ISS forme un angle $\alpha = 52°$ avec le plan de l'ecliptique. Déterminer l'expression et calculer la valeur de $\|\overrightarrow{\Delta v}\|$ pour le transfert de la figure 1a.

II.3. Déterminer l'expression et calculer la valeur de $\|\overrightarrow{\Delta v}\|$ minimale pour le transfert de la figure 1b.

III Explosion

On considère que la Lune a explosé en plusieurs morceaux à un instant défini comme l'origine des temps, alors qu'elle parcourait son orbite circulaire à la vitesse v_L. On néglige l'interaction gravitationnelle entre les différents morceaux.

III.1. Dans cette question, l'explosion a produit instantanément deux morceaux de même masse et de rayon noté R', considérés sphériques pour simplifier. On note $\overrightarrow{v_{L0}}$ le vecteur vitesse de la Lune avant l'explosion.
Les vecteurs vitesse de chacun des morceaux immédiatement après l'explosion sont $\overrightarrow{v_{L0}} + \overrightarrow{\Delta v}$ et $\overrightarrow{v_{L0}} - \overrightarrow{\Delta v}$, avec $\overrightarrow{\Delta v}$ un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{v_{L0}}$ et de même sens.
La figure ci-contre représente le système quelques instants après l'explosion qu'on considère ponctuelle et instantanée. On y a exagéré la distance entre les deux morceaux : on considérera pour simplifier qu'on peut confondre leurs positions initiales.



(**a**) Exprimer R' en fonction de R_L si la masse volumique est conservée au cours de l'explosion.

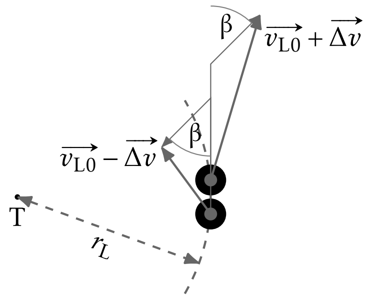
(**b**) Déterminer les expressions de l'énergie mécanique de chacun des morceaux en fonction de $m_L, m_T, \mathcal{G}, r_L, v_L$ et Δv, puis en fonction uniquement de m_L, v_L et Δv.

(**c**) En déduire à quelle condition, portant sur Δv, l'orbite du morceau initialement animé du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_{L0}} - \overrightarrow{\Delta v}$ peut atteindre la Terre, de rayon R_T. On exprimera la grandeur $1 - \Delta v / v_L$ en fonction du quotient $(R_T + R')/r_L$. On note Δv_c la valeur critique correspondante. Calculer la valeur de $\Delta v_c / v_L$ correspondante.

III.2. (**a**) Établir à quelle condition portant sur Δv le morceau initialement animé du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_{L0}} + \overrightarrow{\Delta v}$ sera en état de diffusion.

(**b**) En déduire une condition portant sur le quotient $(R_T + R_L)/r_L$ assurant que, si le morceau le plus lent tombe sur la Terre, le plus rapide se trouve en état de diffusion. Conclure.

III.3. On considère dans cette question que les vecteurs vitesse des morceaux ne sont plus colinéaires à $\overrightarrow{v_{L0}}$, bien qu'ils demeurent dans le plan de l'orbite circulaire initiale de la Lune. On les caractérise par l'angle β défini sur la figure ci-contre.



(**a**) Justifier brièvement que les vecteurs vitesse par rapport au mouvement de la Lune avant la collision sont opposés comme illustré sur la figure ci-contre.

(**b**) Représenter qualitativement les trajectoires des deux morceaux pour $\beta = 45°$. On précisera, en les justifiant sans calcul :

- la direction du grand axe,
- le signe de la différence entre le grand axe et $2r_L$.

(**c**) Pour quelle valeur de β est-il le plus probable qu'un des morceaux tombe sur la Terre à Δv fixé ?

IV Collisions entre morceaux

Dans cette partie, on considère que $\Delta v \ll \Delta v_c$, les trajectoires sont donc peu différentes de l'orbite circulaire initiale de la Lune. On se place dans les conditions la question **III.1** (angle $\beta = 0$).

IV.1. (**a**) Établir les expressions des 1/2-grand axes des orbites des deux morceaux, notés r_+ et r_- avec $r_+ > r_L > r_-$.

(**b**) En déduire les expressions des périodes correspondantes des orbites, notées T_+ et T_-.

IV.2. (**a**) Effectuer un développement limité au terme non nul d'ordre le plus bas en $\Delta v / v_L$ des différences relatives $(r_+ - r_L)/r_L$ et $(r_- - r_L)/r_L$.

(**b**) Effectuer de même un développement limité au terme non nul d'ordre le plus bas en $\Delta v / v_L$ des différences $T_+ - T_L$ et $T_- - T_L$. On précisera leurs signes respectifs.

IV.3. (**a**) Représenter sur un schéma les deux orbites, ainsi que l'orbite circulaire de la Lune. On y fera figurer les positions des morceaux :

- à l'instant de l'explosion,
- au bout d'une durée $T_L/2$,
- au bout d'une durée T.

(**b**) On envisage une collision ultérieure entre les deux morceaux. Déduire du schéma précédent que si le quotient $\Delta v / v_L$ est suffisamment faible, les morceaux entreront en collision. Estimer numériquement cette valeur.

(**c**) Expliquer qualitativement comment cette collision peut, dans le cas d'une explosion en plus de deux morceaux, conduire à une chute de certains morceaux sur la Terre (dans le roman cette «pluie» de morceaux y rend la vie impossible par la chaleur qu'elle produit).

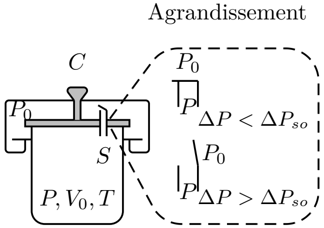
Références

[1] Neal Stephenson. *Seveneves : A Novel.* William Morrow, 1st edition, 5 2015.

Problème 2 : Étude d'un autocuiseur

Un autocuiseur est formé d'une enceinte indéformable cylindrique de révolution de volume V_0 fermée par un couvercle C muni d'un étrier, et d'une soupape S. Il permet de cuire plus rapidement les aliments dans de la vapeur d'eau à une température supérieure à 100 °C, sous une pression supérieure à la pression atmosphérique P_0.

L'étrier permet au couvercle de rester en place quand la pression P à l'intérieur est supérieure à la pression extérieure P_0. La soupape s'ouvre, permettant au gaz dans l'autocuiseur de s'échapper, dès que la surpression $\Delta P = P - P_0$ dans l'autocuiseur est suffisamment élevée ($\Delta P > \Delta P_{so}$) et reste fermée sinon ($\Delta P < \Delta P_{so}$).



L'autocuiseur contient initialement une masse m_0 d'eau liquide (de capacité thermique massique c_l) à la température ambiante T_0 et de l'air à la même température T_0 et à la pression P_0. Dans toute la suite, on négligera le volume occupé par le liquide dans l'autocuiseur : **le volume de gaz dans l'autocuiseur sera toujours** V_0. On considérera la vapeur comme un gaz parfait et l'eau liquide comme une phase condensée idéale.

L'autocuiseur est chauffé par un brûleur à gaz qui fournit à son contenu, pendant une durée $\mathrm{d}t$ le transfert thermique $\delta Q_c = \mathscr{P}_c \mathrm{d}t$, avec $\mathscr{P}_c$ la puissance thermique de chauffage. La capacité thermique de l'autocuiseur est caractérisée par sa «valeur en eau» *ie* la masse d'eau qui aurait la même capacité thermique. On la note m_a.

On néglige le transfert thermique entre l'atmosphère et l'autocuiseur.

Données : $V_0 = 14{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$; $m_0 = 200\,\mathrm{g}$; $m_a = 500\,\mathrm{g}$; $m_1 = 150\,\mathrm{g}$; $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T_0 = 293\,\mathrm{K}$; constante des gaz parfaits $R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$; $c_l = 4{,}18 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, masse molaire de l'eau $M(H_2O) = 18\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; rapport $\gamma = \frac{C_{pma}}{C_{vma}} = 1{,}4$ pour l'air ; $\mathscr{P}_c = 2{,}0\,\mathrm{kW}$; surpression d'ouverture de la soupape $\Delta P_{so} = 0{,}7 P_0$.

On donne l'expression des variations de l'entropie d'une mole d'un gaz parfait quand sa température et sa pression varient de T_i, P_i à T_f, P_f :

$$\Delta S_m = R\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} - \ln \frac{P_f}{P_i}\right).$$

1. Dans cette première question, on néglige la vaporisation de l'eau liquide[iv] : l'autocuiseur ne contient que la masse m_0 d'eau liquide et de l'air. On s'intéresse à l'évolution de la pression et de la température avant que la soupape ne s'ouvre : la transformation est ici isochore.

(**a**) Déterminer la quantité de matière d'air n_{a0} à la pression P_0 et la température T_0 dans l'autocuiseur de volume V_0, à l'instant $t = 0$.

(**b**) Établir, par un bilan énergétique du contenu de l'autocuiseur, l'équation différentielle d'évolution de la température. En déduire l'expression de la température sous la forme :

$$T = T_0 \left(\alpha + \beta t\right),$$

avec α et β des constantes qu'on exprimera en fonction de $\mathscr{P}_c$, de la capacité thermique molaire de l'air à volume constant C_{vma}, de m_0, m_a, n_{a0}, c_l et T_0.

(**c**) En déduire l'expression de la pression P dans l'autocuiseur en fonction du temps et la date t_1 où la soupape s'ouvre, pour $\Delta P = \Delta P_{so}$. Calculer la durée t_1.

2. (**a**) Déterminer l'expression et calculer la valeur de la variation d'entropie de l'air entre les instants $t = 0$ et $t = t_1$.

(**b**) On modélise le système de chauffage par un thermostat de température $T_{\mathrm{ch}} = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{K}$. En déduire l'entropie créée au cours de cette transformation et calculer sa valeur. Commenter.

3. Après ouverture de la soupape, une partie de l'eau liquide se vaporise et chasse l'air. On considère dans cette question que tout l'air a été chassé. L'autocuiseur constitue alors un système ouvert, contenant de l'eau liquide et de la vapeur d'eau. En raison du faible poids de la soupape, on considère que le liquide et la vapeur d'eau dans l'autocuiseur sont en équilibre à la pression $P = P_0 + \Delta P_{so}$.

[iv] cette hypothèse, violemment illégitime sera corrigée ultérieurement.

(**a**) La pression de vapeur saturante $P_s(T)$ de l'eau est donnée en annexe. Déterminer la température T_{eq} en régime stationnaire quand la soupape est ouverte.

(**b**) En déduire l'expression et la valeur de la masse m_{veq} de vapeur au dessus du liquide.

(**c**) Déterminer, par un bilan enthalpique soigné, l'expression de la masse d_{eq} d'eau vaporisée par unité de temps en fonction de $\mathscr{P}_c$ et de l'enthalpie massique de vaporisation $\ell_v(T_{eq})$ (les variations de ℓ_v avec T sont représentées en annexe).

(**d**) Calculer d_{eq}. En déduire le débit de vapeur sortant de la soupape ainsi que le temps nécessaire pour diviser par deux la masse d'eau liquide dans ce régime.

4. À l'issue de la cuisson, on attend le retour de l'ensemble à la température T_0.

(**a**) Quelle est alors la pression dans l'autocuiseur ? En déduire la force nécessaire pour soulever le couvercle du récipient une fois enlevé l'étrier. L'aire du couvercle est $A = 7\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}^2$ et sa masse est 300 g. Commenter.

(**b**) Justifier qu'on enlève la soupape préalablement. Pourquoi est-ce plus facile ?

5. On considère maintenant le bouchage fortuit de la soupape alors que le système était encore à T_{eq} et que la masse d'eau liquide était m_1. On s'intéresse aux augmentations de pression et de température consécutives.

(**a**) Calculer à cet instant le titre massique en vapeur x_v. Placer ce point (M_i) sur la courbe représentant les énergies internes massiques en fonction de la température donnée en annexe.

(**b**) Déterminer la température T_f quand la pression dans l'autocuiseur atteint $P_f = 8P_0$. En déduire le titre massique en vapeur du contenu de l'autocuiseur quand $P_f = 8P_0$. Placer le point correspondant (M_f) sur la même courbe.

(**c**) En déduire le temps nécessaire pour passer de P_i à P_f.

6. On revient dans cette question sur l'hypothèse de faible vaporisation de l'eau durant la première phase isochore.

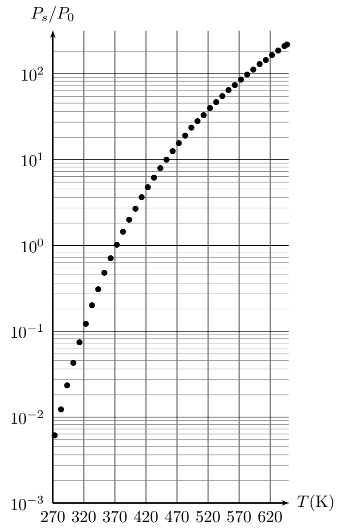
(**a**) Quelle est la température dans l'autocuiseur quand la soupape se soulève en supposant toujours que la pression de vapeur d'eau est négligeable. Déterminer la pression de vapeur saturante à cette température (on précisera sur la courbe le point correspondant). Commenter.

(**b**) Montrer que si on prend en considération la vaporisation de l'eau, la soupape se soulève maintenant pour T_2 telle que

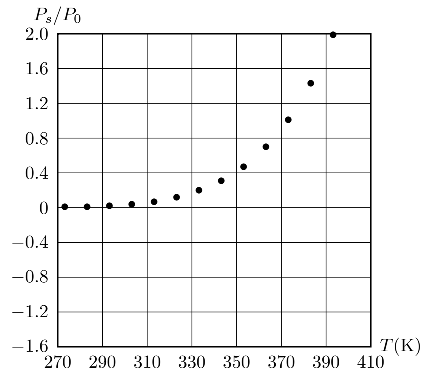
$$\frac{P_s(T_2)}{P_0} + \varepsilon\frac{T_2}{T_0} = C,$$

avec ε et C des constantes qu'on exprimera en fonction de ΔP_{so} et P_0.

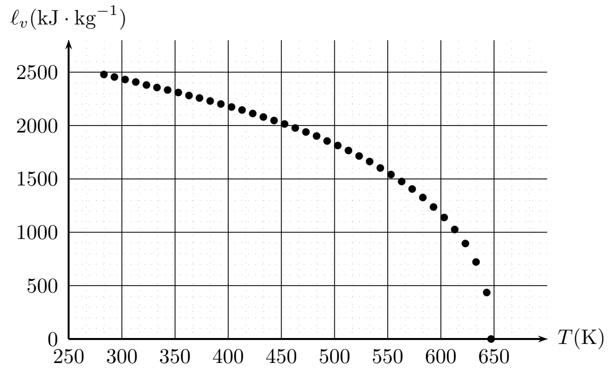
(**c**) Déterminer graphiquement T_2. On utilisera la courbe avec l'échelle linéaire et on pourra considérer la distance entre $\frac{P_s(T)}{P_0}$ et $-\theta\frac{T}{T_0}$.



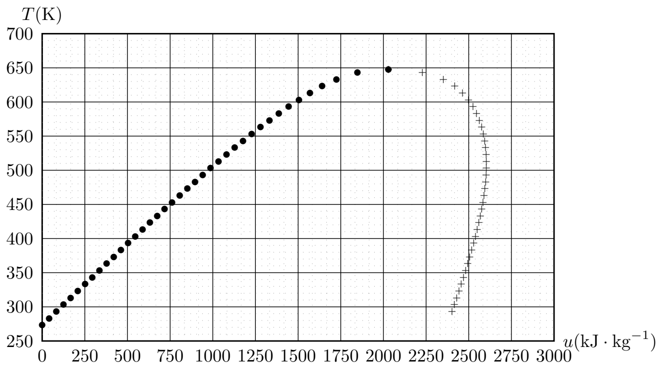
Pression de vapeur saturante $P_s(T)$ de l'eau (en unités de $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$).



Pression de vapeur saturante $P_s(T)$ de l'eau (en unités de $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$).



Enthalpie massique de vaporisation de l'eau.



Énergies internes massiques de l'eau liquide u_l (symbole · et de la vapeur d'eau u_g (symbole +) sur la courbe de saturation.
On a posé par convention l'énergie interne massique de l'eau liquide nulle à $T = 273{,}15\,\mathrm{K}$.

Problème 3 : Dosage de la vitamine C (d'après CCS TSI 2020)

Un anti-oxydant est un additif alimentaire permettant d'éviter l'oxydation des aliments, causes de changement de couleur, altération, rancissement.
La vitamine C (ou acide ascorbique) est utilisée comme anti-oxydant : en effet, on observe que l'application de quelques gouttes de jus d'orange empêche le brunissement d'une tranche de pomme laissée à l'air libre. On titre la vitamine C, de formule brute $C_6H_8O_6$, notée $AscH_2$ dans le jus d'orange selon le protocole suivant :

Étape 1 Presser une orange et filtrer le jus. Prélever un volume $V_0 = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ de ce jus et les introduire dans un erlenmeyer de 100 mL.

Étape 2 Verser un volume d'environ $V_1 \simeq 10\,\mathrm{mL}$ d'acide phosphorique H_3PO_4 à 10% dans l'erlenmeyer.

Étape 3 Introduire dans l'erlenmeyer un volume $V_2 = 20{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution de diiode I_2 à $C_{I_2} = 5{,}00 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Le diiode I_2 est placé **en large excès**. Agiter. Attendre environ 20 minutes.

Étape 4 Titrer la solution avec une solution de thiosulfate de sodium à $C_s = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Lors de la décoloration de la solution, le volume versé de solution titrante est $V_e = 12{,}4\,\mathrm{mL}$.

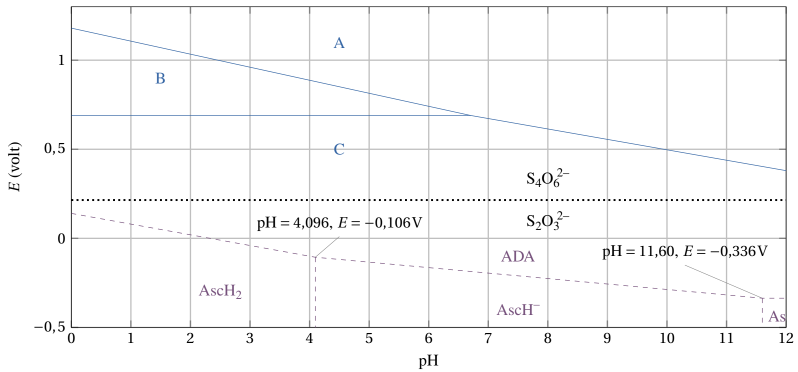


Fig. 2 : Diagrammes E-pH simplifiés de l'iode ($5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$), de la vitamine C ($1 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$) et du couple $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$ ($1 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$).

I Diagramme E-pH de l'iode et de la vitamine C

Le diagramme E-pH simplifié de l'élément iode I (trait continu) est donné à la figure 2. Il est tracé pour une concentration atomique en élément iode de $5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Les espèces à considérer pour l'élément iode sont IO_3^-, $I_{2(aq)}$ et I^-.
Sur la frontière entre deux espèces solubles, on choisit comme convention l'équirépartion de l'élément considéré.
Le diagramme de la vitamine C (trait interrompu) est superposé à celui de l'iode. La vitamine C est un diacide. Les espèces considérées pour ce diagramme sont $AscH_2$ ($C_6H_8O_6$), $AscH^-$ ($C_6H_7O_6^-$), Asc^{2-} ($C_6H_6O_6^{2-}$) et l'acide déshydroascorbique de formule brute $C_6H_6O_6$ noté ADA.
La frontière entre le couple $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$ figure également (trait pointillé) sur ce même diagramme.

I.1. L'élément iode, de numéro atomique $Z = 53$, est un halogène. Proposer des formules de Lewis pour I_2 et pour IO_3^- en admettant que dans cette dernière molécule, l'élément iode est lié à 3 atomes d'oxygène. En déduire les nombres d'oxydation de l'atome d'iode dans I_2, I^- et IO_3^-.

I.2. Justifier que le domaine B correspond au diiode I_2 et identifier les espèces chimiques correspondant aux domaines A et C.

I.3. Déterminer, par le calcul, la pente de la frontière entre les domaines IO_3^- et $I_{2(aq)}$.

I.4. À l'aide du diagramme E-pH, déterminer la valeur du pK_a du couple $AscH_2/AscH^-$.

I.5. Écrire la demi-équation redox faisant intervenir ADA ($C_6H_6O_6$) et $AscH_2$ ($C_6H_8O_6$).

I.6. À l'aide du diagramme E-pH, déterminer le potentiel standard du couple I_2/I^- et celui du couple $ADA/AscH_2$.

II Réaction entre I_2 et la vitamine C

II.1. À l'aide du digramme E-pH de l'iode, expliquer pourquoi dans l'étape 2, on ajoute de l'acide phosphorique avant d'ajouter le diiode. Donner le type de réaction faisant intervenir le diiode I_2 placé en milieu basique. Écrire l'équation de cette réaction.

II.2. Déterminer l'équation bilan de la réaction entre le diode $I_{2(aq)}$ et la vitamine C à l'étape 3. Justifier en utilisant le diagramme E-pH qu'elle est quantitive. Déterminer l'expression de sa constante et calculer sa valeur.

III Dosage par les ions thiosulfate $S_2O_{32}^{-}$

III.1. (**a**) En utilisant le diagramme E-pH, déterminer avec quelle espèce chimique contenant l'élément iode les ions thiosulfate $S_2O_3^{2-}$ réagissent à l'étape 4 ? Écrire le bilan de la réaction correspondante et donner l'expression de sa constante en fonction des potentiels standard pertinents (on ne cherchera pas à calculer sa valeur). On supposera que cette réaction est **suffisamment rapide pour être utilisée en dosage**.

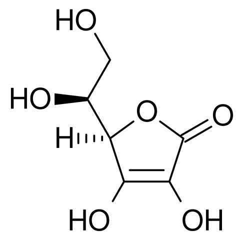
III.2. (**a**) Déterminer la valeur de la quantité de matière $n_{I_2,0}$ de diiode I_2 introduit dans l'erlenmeyer ainsi que celle de la quantité de matière de diode $n_{2,e}$ de diiode qui a réagi lors du titrage. Quelle est l'espère colorée dont on observe la disparation lors du dosage ?

(**b**) En déduire la concentration molaire puis massique de $AscH_2$ dans le jus d'orange. On utilisera les valeurs bien connues des masses molaires nécessaires.

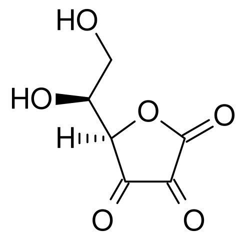
III.3. (**a**) Que peut-on conclure de la consigne « Attendre environ 20 minutes » à l'étape 3 ? Justifier qu'on aurait pu réaliser par colorimétrie un dosage direct de $AscH_2$ par $I_{2(aq)}$. Quel défaut expérimental aurait-il cependant présenté ?

(**b**) Justifier le rôle d'antioxydant de la vitamine C.

(**c**) Les structures de Lewis de ADA et $AscH_2$ sont données dans la figure 3. Justifier le nombre d'électrons échangés dans la demi-équation électronique les faisant intervenir en précisant les atomes qui voient leur nombre d'oxydation changer.



(a) Acide ascorbique $AscH_2$.



(b) . Acide déshydroascorbique ADA.

Fig. 3 : Structures de l'acide ascorbique (vitamine C) et de l'acide déshydroascorbique